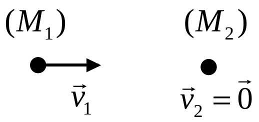
-EXERCICE 14.1-

• ENONCE :

« Choc frontal entre 2 particules »



- avant le choc -

On s'intéresse au choc frontal entre 2 particules (M_1) et (M_2), assimilées à des points matériels de masse respective m_1 et m_2.
Dans ce type de choc, les vitesses après le choc (notées respectivement $\vec{v}_1^{\,'}$ et $\vec{v}_2^{\,'}$) sont **colinéaires** à $\vec{v}_1$.

1) Le choc est supposé **élastique** ; exprimer les vitesses $\vec{v}_1^{\,'}$ et $\vec{v}_2^{\,'}$ en fonction de m_1, m_2 et $\vec{v}_1$.
Etudier les cas particuliers.

2) Le choc est maintenant **inélastique**, et l'on pose :

$$\alpha = \frac{E_{C,\,finale}}{E_{C,initiale}}$$ = « coefficient de restitution en énergie cinétique » , avec : $0 \prec \alpha \prec 1$

Montrer qu'en fait α ne peut être inférieur à une valeur limite notée $\alpha_{\min}$, que l'on exprimera en fonction de m_1 et m_2.

On examinera quelques cas particuliers.

• CORRIGE :

« Choc frontal entre 2 particules »

1) Au cours d'un choc, le système est considéré comme **isolé** $\Rightarrow$ il y a **conservation de la quantité de mouvement** ; écrivons cette relation en projection sur un axe orienté dans le même sens que $\vec{v}_1$: $m_1v_1 = m_1v_1' + m_2v_2' \Rightarrow m_1(v_1 - v_1') = m_2v_2'$ (1)

• Le choc étant **élastique**, il y a également **conservation de l'énergie cinétique**, d'où :

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 = \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2 \Rightarrow m_1(v_1^2 - v_1'^2) = m_2v_2'^2 \quad (2)$$

• On fait le rapport membre à membre de (1) et (2) pour obtenir : $v_1 + v_1' = v_2'$ (3)

• En reportant v_1' ou v_2' dans la relation (1), on obtient :

$$\boxed{v_1' = v_1 \times \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}} \quad \text{et} \quad \boxed{v_2' = v_1 \times \frac{2m_1}{m_1 + m_2}}$$

• **Cas particuliers :**

♦ $\boxed{m_1 = m_2}$: $v_1' = 0$ et $v_2' = v_1$ $\Rightarrow$ c'est un « carreau » parfait…

♦ $\boxed{m_2 \gg m_1}$: $v_2' \simeq 0$ et $v_1' \simeq -v_1$ $\Rightarrow$ on retrouve les résultats d'un choc sous incidence normale sur un obstacle fixe.

2) Il y a toujours conservation de la quantité de mouvement : $m_1v_1 = m_1v_1' + m_2v_2'$ (4)

• La définition du coefficient de restitution en énergie cinétique permet d'écrire :

$$E_{C,finale} = \frac{1}{2}m_1v_1'^2 + \frac{1}{2}m_2v_2'^2 = \alpha E_{C,initiale} = \alpha \times \frac{1}{2}m_1v_1^2 \quad (5)$$

• En éliminant v_2' (ou v_1') entre (4) et (5), on aboutit à une équation du second degré en v_1' :

$$(m_1 + m_2)v_1'^2 - 2m_1v_1 \times v_1' + (m_1 - \alpha m_2)v_1^2 = 0$$

• Les solutions de cette équation sont **réelles** si et seulement si :

$$\Delta' \geq 0 \Rightarrow m_1^2v_1^2 - (m_1 + m_2)(m_1 - \alpha m_2)v_1^2 \geq 0 \Rightarrow m_1 - \alpha m_2 \leq \frac{m_1^2}{m_1 + m_2} \Rightarrow \boxed{\alpha \geq \alpha_{\min} = \frac{m_1}{m_1 + m_2}}$$

• **Cas particuliers :**

♦ $\boxed{m_1 = m_2}$: $\alpha_{\min} = \frac{1}{2}$ $\Rightarrow$ au plus 50% de l'énergie cinétique initiale peut disparaître (et être convertie en énergie thermique).

♦ $\boxed{m_2 \gg m_1}$: $\alpha_{\min} = 0$ $\Rightarrow$ toute l'énergie cinétique initiale peut disparaître ; c'est le cas d'un projectile qui « s'incruste » dans un obstacle de très grande inertie.